

鈴木讓「ベイジアンネットワーク入門」(培風館)

3. 統計的学習

3.5 有限型 Bayesian ネットワークの学習 (2)

分岐限定法

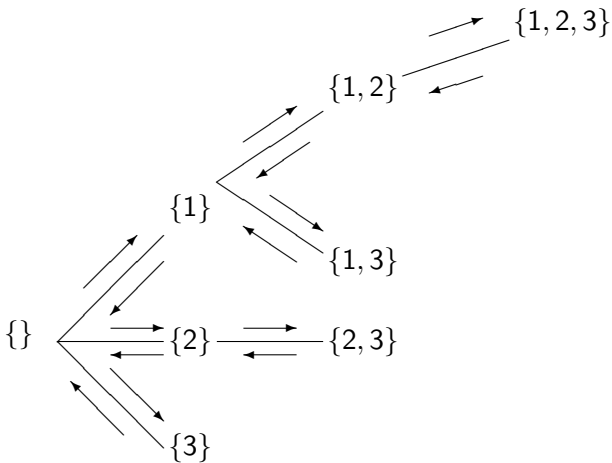
鈴木讓

大阪大学

2010年7月1日

あらまし

深さ優先探索



$$L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) = \mathcal{H}^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) + K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2}$$

を計算し, 比較して, $L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$ 最小の $\pi^{(k)}$ を求める。

分岐限定法

$j \notin \pi^{(k)}$ であれば, $\pi^{(k)}$ を $\pi^{(k)} \cup \{j\}$ に更新すると, $K[\pi^{(k)}]$ が

$$\begin{aligned} K[\pi^{(k)} \cup \{j\}] &= (\alpha^{(k)} - 1) \prod_{h \in \pi^{(k)} \cup \{j\}} \alpha^{(h)} \\ &= \alpha^{(j)} (\alpha^{(k)} - 1) \prod_{h \in \pi^{(k)}} \alpha^{(h)} = \alpha^{(j)} K[\pi^{(k)}] \end{aligned}$$

に更新。 $\mathcal{H}[\pi^{(k)}](x^n)$ が減少しても $\mathcal{H}[\pi^{(k)}](x^n) \geq 0$ であるので,

$$\mathcal{H}^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) + K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \leq \alpha^{(j)} K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2}$$

であれば, すなわち

$$\mathcal{H}^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) \leq (\alpha^{(j)} - 1) K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \quad (42)$$

であれば,

$$L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) \leq L^{(k)}[\pi^{(k)} \cup \{j\}](x^n)$$

分岐限定法 (続)

$h \notin \pi^{(k)} \cup \{j\}$ として, $\pi^{(k)} \cup \{j\}$ を $\pi^{(k)} \cup \{j, h\}$ とすれば,
(42) のもとで

$$\begin{aligned} L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) &\leq \alpha^{(j)} K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \\ &\leq \alpha^{(j)} \alpha^{(h)} K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \\ &\leq L^{(k)}[\pi^{(k)} \cup \{j, h\}](x^n) \end{aligned}$$

(??) が成立したら, $\pi^{(k)}$ を真部分集合として含むものを除外。

分岐限定法

深さ優先探索で、経路を途中でカットして、計算量を低減

適用例

$L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$ で $k = 4$ の場合, $\pi^{(4)} = \{1\}$ では,

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^{(4)}[\{1\}](x^n) &= -5 \log \left(\frac{5}{5} \right) - 0 \log \left(\frac{0}{5} \right) - 1 \log \left(\frac{1}{5} \right) - 4 \log \left(\frac{4}{5} \right) \\ &= 1.61.\end{aligned}$$

$j = 2, 3$ について

$$(\alpha^{(j)} - 1)K[\pi^{(1)}] \frac{\log n}{2} = (2 - 1) \cdot 1 \cdot \frac{\log 10}{2} = 1.661$$

を下回るので,

$\{\} \rightarrow \{1\} \rightarrow \{1, 2\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 3\} \rightarrow \{2\} \rightarrow \{2, 3\} \rightarrow \{3\}$
 $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3\}$ については $L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$ を計算せず,

$$\{\} \rightarrow \{1\} \rightarrow \{2\} \rightarrow \{2, 3\} \rightarrow \{3\}$$

という順序で, $L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$, $\pi^{(4)}$ を比較する。